BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№4 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2014

УДК 517.977

ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ

К.Б.МАНСИМОВ[*, **], М.Я.НАДЖАФОВА[**]

[*]Бакинский Государственный Университет

[**]Институт Систем Управления НАН Азербайджана

mansimov@front.ru

Рассматривается дискретная задача оптимального управления, описываемая системой разностных уравнений, с нелинейными краевыми условиями. Установлен аналог дискретного условия максимума и исследован особый случай.

Ключевые слова: дискретная задача управления, нелокальная краевая задача, необходимое условие оптимальности, особые управления.

1. Дискретные управляемые системы представляют собой важный класс управляемых систем (см. напр. [1-5]).

Поэтому в литературе большое внимание уделяется исследованию различных классов задач оптимального управления дискретными системами (см. напр. [1-5]). В этих работах рассматривается случай локальных краевых условий. В предлагаемой работе изучается дискретная задача оптимального управления, описываемая системой разностных уравнений с нелокальными краевыми условиями.

Рассматриваемая задача является дискретным аналогом задачи управления из [6, 7]. Но применяемая здесь схема исследования в отличие от схем работ [6, 7] представляет собой обобщение схемы предложенной и развитой в работах [8-11] и др.

Получено необходимое условие оптимальности в форме дискретного условия максимума и исследован особый, в смысле принципа максимума Понтрягина случай.

2. Предположим, что $T = \{t_0, t_0+1, \dots, t_1-1\}$ − конечное множество последовательных натуральных чисел, интерпретируемое нами как совокупность моментов времени, R^n − n-мерное евклидово пространство.

Пусть заданы функции $f: T \times R^n \times R^r \to R^n$, $\varphi: R^n \times R^n \to R^1$, $F: T \times R^n \times R^r \to R^1$ и $\Phi: R^n \times R^n \to R^n$, ограниченное множество $U \subset R^r$.

Предполагается, что при каждом $t \in T$, функции $f(t,x,u)$, $F(t,x,u)$ непрерывны и дважды непрерывно дифференцируемы по x в некоторой открытой области пространства $R^n \times R^r$, а $\varphi(x_0, x_1)$, $\Phi(x_0, x_1)$ непрерывны и дважды непрерывно дифференцируемы в некоторой открытой области пространства $R^n \times R^n$.

Рассмотрим дискретную управляющую систему

$$x(t+1) = f(t, x(t), u(t)), \ t \in T \tag{2.1}$$

с краевыми условиями

$$\Phi(x(t_0), x(t_1)) = 0. \tag{2.2}$$

Векторы $x \in R^n$, $u \in R^r$ назовем, соответственно, вектором состояния и вектором управления системы (2.1). Начальные и конечные моменты t_0 и t_1 будем предполагать заданными.

Управляющую функцию $u(t)$, удовлетворяющую ограничению

$$u(t) \in U \subset R^r, \quad t \in T \tag{2.3}$$

назовем допустимым управлением.

Предположим, что любое допустимое управление $u(t)$ порождает в силу (2.1)-(2.2) единственную функцию $x(t)$, $t \in T \cup t_1$ которую будем называть допустимой траекторией системы управления (2.1)-(2.2).

Качество допустимого процесса $(u(t), x(t))$ оценим функционалом

$$J(u) = \varphi(x(t_0), x(t_1)) + \sum_{t=t_0}^{t_1-1} F(t, x(t), u(t)). \tag{2.4}$$

Требуется минимизировать функционал (2.4) при ограничениях (2.1)-(2.3).

3. Формула приращения. Пусть $(u(t), x(t))$, $(\bar{u}(t) = u(t) + \Delta u(t), \bar{x}(t) = x(t) + \Delta x(t))$ любые допустимые процессы, $\psi(t)$ пока неизвестная вектор-функция, а $\lambda \in R^n$ неизвестный вектор.

Ясно, что приращение $\Delta x(t)$ траектории $x(t)$ будет удовлетворять системе

$$\Delta x(t+1) = f(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t)) - f(t, x(t), u(t)), \tag{3.1}$$

$$\Delta\Phi(x(t_0), x(t_1)) = \Phi(\bar{x}(t_0), \bar{x}(t_1)) - \Phi(x(t_0), x(t_1)) = 0. \tag{3.2}$$

Пусть

$$H(t, x, u, \psi) = \psi' f(t, x, u) - F(t, x, u),$$

$$M(x_0, x_1, \lambda) = \lambda' \Phi(x_0, x_1).$$

Вычислим приращение функционала качества в задаче (2.1)-(2.4).

$$\Delta J(u) = J(\bar{u}) - J(u) = \varphi(\bar{x}(t_0), \bar{x}(t_1)) - \varphi(x(t_0), x(t_1)) + \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t)\Delta x(t+1) -$$

$$- \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \left[H(t, \bar{x}(t), \bar{u}(t), \psi(t)) - H(t, x(t), u(t), \psi(t)) \right] +$$

$$+ \lambda' \left[\Phi(\bar{x}(t_0), \bar{x}(t_1)) - \Phi(x(t_0), x(t_1)) \right].$$

Отсюда, используя формулу Тейлора, после некоторых преобразований будем иметь

$$\begin{gathered}
\Delta J(u) = \frac{\partial \varphi'(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0} \Delta x(t_0) + \frac{\partial \varphi'(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1} \Delta x(t_1) + \\
+ \frac{1}{2} \Delta x'(t_0) \frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0^2} \Delta x(t_0) + \frac{1}{2} \Delta x'(t_0) \frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0 \, \partial x_1} \Delta x(t_1) + \\
+ \frac{1}{2} \Delta x'(t_1) \frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1 \, \partial x_0} \Delta x(t_0) + \frac{1}{2} \Delta x'(t_1) \frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1^2} \Delta x(t_1) + \\
+ o_1\left(\left[\|\Delta x(t_0)\| + \|\Delta x(t_1)\| \right]^2 \right) + \psi'(t_1 - 1)\Delta x(t_1) - \psi'(t_0 - 1)\Delta x(t_0) + \\
+ \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \psi'(t-1)\Delta x(t) - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{\bar{u}(t)} H(t, x(t), u(t), \psi(t)) - \\
- \sum_{t=t_0}^{t_1-1} H'_x(t, x(t), u(t), \psi(t)) \Delta x(t) - \\
- \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{\bar{u}(t)} H'_x(t, x(t), u(t), \psi(t)) \Delta x(t) - \frac{1}{2} \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta x'(t) H'_{xx}(t, x(t), u(t), \psi(t)) \Delta x(t) + \\
+ \frac{\partial M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_0} \Delta x(t_0) + \frac{\partial M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_1} \Delta x(t_1) + \\
+ \frac{1}{2} \Delta x'(t_0) \frac{\partial^2 M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_0^2} \Delta x(t_0) + \frac{1}{2} \Delta x'(t_0) \frac{\partial^2 M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_0 \, \partial x_1} \Delta x(t_1) + \\
+ \frac{1}{2} \Delta x'(t_1) \frac{\partial^2 M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_1 \, \partial x_0} \Delta x(t_0) + \frac{1}{2} \Delta x'(t_1) \frac{\partial^2 M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_1^2} \Delta x(t_1) + \\
+ o_2\left(\left[\|\Delta x(t_0)\| + \|\Delta x(t_1)\| \right]^2 \right) - \frac{1}{2} \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta x'(t) \Delta_{\bar{u}(t)} H_{xx}[t] \Delta x(t) - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} o_3\left(\|\Delta x(t_1)\|^2 \right).
\end{gathered} \tag{3.3}$$

Если предположить, что $\psi(t)$, λ удовлетворяют соотношениям

$$\psi(t-1) = H_x(t, x(t), u(t), \psi(t)),$$

$$\psi(t_0) = \frac{\partial \Phi'(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0} \lambda + \frac{\partial \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0}, \tag{3.4}$$

$$\psi(t_1) = -\frac{\partial \Phi'(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1}\lambda - \frac{\partial \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1}, \qquad (3.5)$$

то формула приращения (3.3) примет вид

$$\begin{aligned}
\Delta J(u) = {} & \frac{1}{2}\Delta x'(t_0)\frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0^2}\Delta x(t_0) + \frac{1}{2}\Delta x'(t_0)\frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0\,\partial x_1}\Delta x(t_1) + \\
& + \frac{1}{2}\Delta x'(t_1)\frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1\,\partial x_0}\Delta x(t_0) + \frac{1}{2}\Delta x'(t_1)\frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1^2}\Delta x(t_1) - \\
& - \sum_{t=t_0}^{t_1-1}\Delta_{\overline{u}(t)} H(t, x(t), u(t), \psi(t)) - \sum_{t=t_0}^{t_1-1}\Delta_{\overline{u}(t)} H'_x(t, x(t), u(t), \psi(t))\Delta x(t) - \\
& \frac{1}{2}\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\Delta x'(t) H_{xx}(t, x(t), u(t), \psi(t))\Delta x(t) + \eta_1(u:\Delta u).
\end{aligned} \qquad (3.6)$$

Здесь по определению

$$\begin{aligned}
\eta_1(u:\Delta u) = {} & o_1\left(\left[\|\Delta x(t_0)\| + \|\Delta x(t_1)\|\right]^2\right) + o_2\left(\left[\|\Delta x(t_0)\| + \|\Delta x(t_1)\|\right]^2\right) - \\
& - \frac{1}{2}\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\Delta x'(t)\Delta_{\overline{u}(t)} H_{xx}(t, x(t), u(t), \psi(t))\Delta x(t) - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} o_3\left(\|\Delta x(t)\|^2\right).
\end{aligned}$$

Введем множество

$$f(t, x(t), U) = \{\alpha : \alpha = f(t, x(t), v),\ \ v \in U\}. \qquad (3.7)$$

Если предполагать, что множество (3.7) выпуклое при всех $t \in T$, то специальное приращение допустимого управления $u(t)$ можно определить по формуле

$$\Delta u(t;\varepsilon) = v(t;\varepsilon) - u(t), \quad t \in T, \qquad (3.8)$$

где $\varepsilon \in [0,1]$ − произвольное число, а $v(t;\varepsilon) \in U$, $t \in T$ − произвольное допустимое управление, такое что,

$$\Delta_{v(t;\varepsilon)} f(t, x(t), u(t)) = \varepsilon\, \Delta_{v(t)} f(t, x(t), u(t)).$$

Здесь $v(t) \in U$, $t \in T$ соответствующее $v(t;\varepsilon)$ произвольное допустимое управление.

Через $\Delta x(t;\varepsilon)$ обозначим специальное приращение траектории $x(t)$, соответствующее специальному приращению (3.8) управления $u(t)$.

В работе [12] доказано, что для $\Delta x(t;\varepsilon)$ имеет место

$$\Delta x(t;\varepsilon) = \varepsilon\, y(t) + o(\varepsilon; t), \qquad (3.9)$$

где $y(t)$ – решение задачи (аналог уравнения в вариациях)

$$y(t+1) = f_x(t, x(t), u(t))y(t) + \Delta_{v(t)} f(t, x(t), u(t)), \qquad (3.10)$$

$$\Phi_{x_0}(x(t_0), x(t_1))y(t_0) - \Phi_{x_1}(x(t_0), x(t_1))y(t_1) = 0. \qquad (3.11)$$

Лемма 3.1. Решение краевой задачи (3.10)-(3.11) допускает представление

$$y(t)=L(t)\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}F(t_1,\tau)\Delta_v f(\tau,x(\tau),u(\tau))+\sum_{\tau=t_0}^{t-1}F(t,\tau)\Delta_{v(\tau)}f(\tau,x(\tau),u(\tau)). \quad (3.12)$$

Здесь по определению

$$L(t)=-F(t,t_0-1)\left(\Phi_{x_0}(x(t_0),x(t_1))+\Phi_{x_1}(x(t_0),x(t_1))F(t_1,t_0-1)\right)^{-1}\times$$
$$\times\Phi_{x_1}(x(t_0),x(t_1)),$$

а $F(t,\tau)$ $(n\times n)$ матричная функция, являющаяся решением задачи

$$F(t,\tau-1)=F(t,\tau)f_x(\tau,x(\tau),u(\tau)),$$
$$F(t,t-1)=E,$$

(E $-(n\times n)$ единичная матрица).

Используя разложение (3.9) и формулу (3.8), из (3.6) получаем следующее разложение для приращения функционала качества

$$S(v(t;\varepsilon))-S(u(t))=-\varepsilon\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\Delta_{v(t)}H(t,x(t),u(t),\psi(t))+$$
$$+\frac{\varepsilon^2}{2}\left\{y'(t_0)\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_0^2}y(t_0)+y'(t_0)\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_0\,\partial x_1}y(t_1)+\right. \quad (3.13)$$
$$+y'(t_1)\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_1\,\partial x_0}y(t_0)+\frac{1}{2}y'(t_1)\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_1^2}y(t_1)+$$
$$+y'(t_0)\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_0^2}y(t_0)+y'(t_0)\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_0\,\partial x_1}y(t_1)+$$
$$+y'(t_1)\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_1\,\partial x_0}y(t_0)+y'(t_1)\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_1^2}y(t_1)-$$
$$\left.-\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\left[y'(t)H_{xx}(t,x(t),u(t),\psi(t))y(t)+2\Delta_{v(t)}H'_x(t,x(t),u(t),\psi(t))y(t)\right]\right\}+$$
$$+o(\varepsilon^2).$$

4. Основные результаты. Из разложения (3.13) следует

Теорема 4.1. Если множество (3.7) выпуклое, то для оптимальности допустимого управления $u(t)$ необходимо, чтобы неравенство

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\Delta_{v(t)}H(t,x(t),u(t),\psi(t))\le 0 \quad (4.1)$$

выполнялось для всех $v(t)\in U$, $t\in T$.

Неравенство (4.1) есть аналог дискретного условия максимума в рассматриваемой задаче, и является необходимым условием оптимальности первого порядка.

Далее изучен случай вырождения необходимого условия оптимальности (4.1).

Следуя [13] введем

Определение 4.1. Допустимое управление $u(t)$, удовлетворяющее дискретному аналогу условия максимума, назовем экстремалью Понтрягина.

Определение 4.2. Экстремаль Понтрягина назовем особым, в смысле принципа максимума Понтрягина, если для всех $v(t) \in U$, $t \in T$

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1} \Delta_{v(t)} H(t, x(t), u(t), \psi(t)) = 0 . \tag{4.2}$$

Из разложения (3.13) следует следующее неявное необходимое условие оптимальности особых управлений:

$$\begin{gathered}
y'(t_0)\left[\frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0^2} + \frac{\partial^2 M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_0^2}\right] y(t_0) + \\
+ y'(t_0)\left[\frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_0\, \partial x_1} + \frac{\partial^2 M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_0\, \partial x_1}\right] y(t_1) + \\
+ y'(t_1)\left[\frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1\, \partial x_0} + \frac{\partial^2 M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_1\, \partial x_0}\right] y(t_0) + \\
+ y'(t_1)\left[\frac{\partial^2 \varphi(x(t_0), x(t_1))}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 M(x(t_0), x(t_1), \lambda)}{\partial x_1^2}\right] y(t_1) - \\
\left. - \sum_{t=t_0}^{t_1-1} \left[y'(t) H_{xx}(t, x(t), u(t), \psi(t)) y(t) + 2\Delta_{v(t)} H'_x(t, x(t), u(t), \psi(t)) y(t) \right] \right\} \geq 0 .
\end{gathered} \tag{4.3}$$

Неравенство (4.3) является неявным необходимым условием оптимальности особых, в смысле принципа максимума Понтрягина, управлений.

Используя его получим необходимое условие оптимальности, явно выраженное через параметры задачи (2.1)-(2.4).

Пусть по определению

$$\alpha(\tau) = \begin{cases} 1, & t_0 \leq \tau \leq t-1, \\ 0, & t \leq \tau \leq t_1 - 1. \end{cases}$$

Тогда введя обозначение

$$K(t, \tau) = L(t) F(t_1, \tau) + \alpha(\tau) F(t, \tau),$$

представление (3.12) записывается в виде

$$y(t)=\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1} K(t,\tau)\Delta_{v(\tau)} f(\tau,x(\tau),u(\tau)). \qquad (4.4)$$

Используя (4.4) получаем, что

$$y'(t_0)\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_0^2}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_0^2}\right]y(t_0)=$$

$$=\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}\sum_{s=t_0}^{t_1-1}\Delta'_{v(\tau)} f(\tau,x(\tau),u(\tau))K'(t_0,\tau)\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_0^2}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_0^2}\right]\times$$

$$\times K(t_0,s)\Delta_{v(s)} f(s,x(s),u(s)), \qquad (4.5)$$

$$y'(t_0)\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_0\,\partial x_1}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_0\,\partial x_1}\right]y(t_1)=$$

$$=\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}\sum_{s=t_0}^{t_1-1}\Delta_{v(\tau)} f'(\tau,x(\tau),u(\tau))K'(t_0,\tau)\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_0\,\partial x_1}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_0\,\partial x_1}\right]\times$$

$$\times K(t_1,s)\Delta_{v(s)} f(s,x(s),u(s)), \qquad (4.6)$$

$$y'(t_1)\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_1^2}\right]y(t_1)=$$

$$=\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}\sum_{s=t_0}^{t_1-1}\Delta_{v(\tau)} f'(\tau,x(\tau),u(\tau))K'(t_1,\tau)\times \qquad (4.7)$$

$$\times\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_1^2}\right]K(t_1,s)\Delta_{v(s)} f(s,x(s),u(s)),$$

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\Delta_{v(t)}H'_x(t,x(t),u(t),\psi(t))y(t)=$$

$$=\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\left[\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}\Delta_{v(t)}H'_x(t,x(t),u(t),\psi(t))K(t,\tau)\Delta_{v(\tau)} f(\tau,x(\tau),u(\tau))\right]. \qquad (4.8)$$

Наконец по схеме из [4, 8] имеем

$$\sum_{t=t_0}^{t_1-1} y'(t)H_{xx}(t,x(t),u(t),\psi(t))y(t)=\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}\sum_{s=t_0}^{t_1-1}\Delta_{v(\tau)} f'(\tau,x(\tau),u(\tau))\times$$

$$\times\left[\sum_{t=t_0}^{t_1-1}K'(t,\tau)H_{xx}(t,x(t),u(t),\psi(t))K(t,s)\right]\Delta_{v(s)} f(s,x(s),u(s)). \qquad (4.9)$$

Введем обозначение

$$M(\tau,s)=K'(t_0,\tau)\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_0^2}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_0^2}\right]K(t_0,s)-$$
$$-K'(t_0,\tau)\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_0\,\partial x_1}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_0\,\partial x_1}\right]K(t_1,s)-$$
$$-K'(t_1,\tau)\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_1\,\partial x_0}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_1\,\partial x_0}\right]K(t_0,s)+$$
$$-K'(t_1,\tau)\left[\frac{\partial^2\varphi(x(t_0),x(t_1))}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 M(x(t_0),x(t_1),\lambda)}{\partial x_1^2}\right]K(t_1,s)+$$
$$+\sum_{t=t_0}^{t_1-1}K'(t,\tau)H_{xx}(t,x(t),u(t),\psi(t))K(t,s).$$

Тогда с учетом тождеств (4.4)-(4.8) неравенство (4.3) преобразуется к виду

$$\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}\sum_{s=t_0}^{t_1-1}\Delta_{v(\tau)}f'(\tau,x(\tau),u(\tau))M(\tau,s)\Delta_{v(s)}f(s,x(s),u(s))+$$
$$+2\sum_{t=t_0}^{t_1-1}\left[\sum_{\tau=t_0}^{t_1-1}\Delta_{v(t)}H_x'(t,x(t),u(t),\psi(t))K(t,\tau)\Delta_{v(\tau)}f(\tau,x(\tau),u(\tau))\right]\le 0\,. \tag{4.10}$$

Сформулируем полученный результат.

Теорема 4.2. Если множество (3.7) выпукло, то для оптимальности особого, в смысле принципа максимума Понтрягина, управления $u(t)$ в задаче (2.1)-(2.4) необходимо, чтобы неравенство (4.10) выполнялось для всех $v(t)\in U$, $t\in T$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных систем. М.: Наука, 1973, 256 с.
2. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. М.: Наука, 1973, 375 с.
3. Мансимов К.Б. Дискретные системы. Баку: БГУ, 2013, 151 с.
4. Мансимов К.Б. Особые управления в системах с запаздыванием. Баку: Элм, 1999, 174 с.
5. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности высокого порядка // Препринт ИМ АН БССР, № 30 (155). Мн.: 1982, 48 с.
6. Васильева О.О. Оптимальное управление краевой задачей // Изв. Вузов. Сер. матем. 1994, № 12, с. 33-41.
7. Vasileva O.O. Maximum Principle and its Extension for Bounded Control Problems with Boundary Conditions // Journal of Mathem. Analysis and Applications. 1997, v. 213, No 2, pp. 620-641.
8. Мансимов К.Б. Исследование особых процессов в задачах оптимального управления // Автореф. дисс. на соиск. уч. степени д-ра физ.-мат. наук. Баку: БГУ, 1994. 27 с.

9. Мансимов К.Б., Марданов М.Дж. Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку: Элм, 2010, 363 с.
10. Мансимов К.Б. Особые управления в системах с запаздыванием. Баку: Элм, 1999, 174 с.
11. Марданов М.Дж., Мансимов К.Б., Меликов Т.К. Исследование особых управлений и необходимые условия оптимальности второго порядка в системах с запаздыванием. Баку: Элм, 2013, 356 с.
12. Мансимов К.Б. Необходимые условия оптимальности в одной дискретной задаче управления с нелокальными краевыми условиями // Проблемы управления и информатики. 2012, № 5, с. 71-79.
13. Габасов Р., Кириллова Ф.М. Особые оптимальные управления. М.: Наука, 1973, 256 с.

BİR LOKAL OLMAYAN DİSKRET İDARƏ MƏSƏLƏSİ HAQQINDA

K.B.MƏNSİMOV, M.Y.NƏCƏFOVA

XÜLASƏ

Məqalədə qeyri-xətti sərhəd şərtli fərq tənliklər sistemi ilə təsvir olunan diskret optimal idarəetmə məsələsinə baxılır. Diskret maksimum şərtinin analoqu alınmış və məxsusi hal tədqiq olunmuşdur.

Açar sözlər: diskret idarə məsələsi, lokal olmayan sərhəd məsələsi, optimallıq üçün zəruri şərt, məxsusi idarələr.

ON ONE NONLOCAL DISCRETE CONTROL PROBLEM

K.B.MANSIMOV, M.Y.NAJAFOVA

SUMMARY

The paper considers the optimal control problems described by non-linear boundary conditions for the nonlinear difference equation. The analogue of discrete maximum principle is obtained and a specific case is investigated.

Key words: discrete control problem, nonlocal boundary problems, necessary optimality conditions, singular controls.

Поступила в редакцию: 29.12.2014 г.
Подписано к печати: 13.02.2015 г.